

УДК 502/504 : 51-74

ПРИМЕНЕНИЕ РЯДОВ ФУРЬЕ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ЗДАНИЯ

Поступила 05.03.2015 г.

© **В. С. Белый, Н. Н. Адамушко***

Коломенский институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ)», г. Коломна
* Ответственный автор: el.belaya2015@yandex.ru

THE APPLICATION OF FOURIER SERIES FOR THE TECHNOLOGIC FORECASTING OF THE BUILDING CONDITION

Received March 5, 2015

© **V. S. Belyi, N. N. Adamushko***

Kolomna Institute of Moscow State Technical University «MAMI», Kolomna, Russia
* Corresponding Author: el.belaya2015@yandex.ru

В статье рассматривается вопрос возможности применение рядов Фурье для прогнозирования технического состояния зданий. Отмечается, что одна из проблем настоящего времени в России – состояние жилого фонда, износ которого около 80 %. Для северных территорий страны этот вопрос стоит еще острее. Обследование сооружений является значительной составляющей комплекса работ для прогнозирования и оценки состояния зданий при принятии действий по ремонту, модернизации и реконструкции. Адекватные модели прогноза технического состояния здания в целом или отдельных его элементов конструкции должны учитывать множество факторов, например, наличие периодических колебаний в ряду динамики показателей, вызванных годовыми температурными колебаниями. Использование рядов Фурье при решении практических задач и при прогнозировании различных явлений нашло широкое применение в науке и технике. Показано, что одним из возможных вариантов решения задачи прогнозирования технического состояния здания по результатам обследования является вариант прогнозирования с использованием рядов Фурье для различного количества гармоник. Сделан вывод, что с увеличением количества гармоник прогноз становится наиболее точным.

Ключевые слова: обследование, диагностирование, прогнозирование, временной ряд, сезонные колебания.

Введение. Значимость Дальнего Востока и Севера для России в настоящее время определяется добычей большого количества экономически важных богатств: 90 % природного газа, 70 % нефти, 40 % древесины. Использование природных богатств этого региона затрудняется суровыми климатическими условиями, удлиняющими отопительный сезон до 8...12 месяцев в году. Особое значение приобретает вопрос энергоснабжения. Отсутствие достаточной сети дорог на Севере приводит к необходимости завоза запаса топлива на целый год за непродолжительное 3...4 месячное лето, используя речной и морской транспорт, авиацию – в другое время.

Специфика условий рассматриваемого региона (по сравнению с центральными) приводит к резкому увеличению затрат на возведение сооружений и зданий в силу резкого различия расчетных температур при проек-

The article discusses the possible application of Fourier series to predict the technical condition of buildings. It is noted that one of the problems of the present time in Russia – a condition of the housing stock, the deterioration of which about 80 %. For the Northern territories of the country this issue is even more acute. The inspection of buildings is a significant component of the work package to predict and assess the state of buildings when making repairs, modernization and reconstruction. It is noted that an adequate model for prediction of technical state of knowledge in General or of individual structural members must consider many factors, such as the presence of periodic oscillations in the dynamics of a number of indicators caused by annual temperature fluctuations. The authors of this paper note that the use of Fourier series in solving practical problems and in forecasting various phenomena have found wide application in science and technology. It is shown that one of the possible solutions to the problem of predicting the technical condition of the building on the survey results is forecasting using Fourier series for different numbers of harmonics. It is concluded that with increasing number of harmonics, the forecast becomes the most accurate.

Keywords: examination, diagnosis, forecasting, time series, seasonal variations.

тировании сооружений и зданий и градусо-суток отопительного периода (ГСОП), зависящего от продолжительности отопительного сезона.

Согласно [1] расчетная температура для проектирования зданий и сооружений в Москве составляет $-3,1^{\circ}\text{C}$, в Игарке – минус $13,9^{\circ}\text{C}$, а в Туре – минус $16,9$. Кроме того, ГСОП, которые определяются в зависимости от температуры и продолжительности отопительного периода, для Москвы составляют значение 4943, а в эвенкийском поселке Ессей – 11 532 (в два раза больше, чем в центральной части страны).

Одна из современных проблем в России – состояние жилого фонда, износ которого составляет около 80 %. Для северных территорий страны этот вопрос стоит еще острее. Условия Севера диктуют необходимость применения специфических технологий ремонта,

модернизации и строительства сооружений и зданий.

Обследование сооружений является значительной составляющей комплекса работ для прогнозирования и оценки состояния зданий при принятии действий по ремонту, модернизации и реконструкции. Установление действительной несущей способности и надежности конструкции при эксплуатации – одна из основных целей диагностики состояния сооружений. Оценка состояния фундаментов, несущих конструкций, кровли, общих деформаций и т. д. составляют систему оценок механических, технических и физических характеристик элементов здания. Оценка состояния сооружения в целом является итоговым результатом обследования сооружения [2]. Один из способов предвидения значений параметров состояния сооружения по результатам обследования предлагается в данной статье.

Постановка задачи. Адекватные модели прогноза технического состояния здания в целом или отдельных его элементов конструкции должны учитывать множество факторов. Один из них – наличие периодических колебаний в ряду динамики показателей, вызванных годовыми температурными колебаниями.

Исходными данными для прогнозирования технического состояния здания являются элементы периодического временного ряда значений параметров элементов конструкции данного здания [3]. Периодический временной ряд задается четырьмя показателями:

- а) средним значением \bar{y}_t ;
- б) P или f , где период P – интервал времени, необходимый для того, чтобы временной ряд начал повторяться; частота временного ряда f – величина, обратная периоду, т. е. $f = 1/P$;
- в) амплитудой временного ряда A , т. е. максимальной величиной отклонения от среднего уровня до пика или «впадины» значений временного ряда;
- г) фазой Φ , т. е. расстоянием между началом отсчета времени ($t = 0$) и ближайшим пиковым значением.

Гармоническое представление временного ряда имеет следующий вид:

$$y_t = \bar{y}_t + A \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta), \quad (1)$$

где ω – угловая частота, определяемая выражением $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$, $0 \leq \omega \leq 2 \cdot \pi$; θ – начальная фаза.

Выражение (1) можно представить также в виде:

$$y_t = \bar{y}_t + a \cdot \cos \omega \cdot t + b \cdot \sin \omega \cdot t. \quad (2)$$

В выражении (2) величины a и b

являются параметрами гармоники, причем:

$$\begin{cases} a = A \cdot \cos \theta; \\ b = A \cdot \sin \theta, \quad \theta = \arctg \frac{b}{a}. \end{cases}$$

Отсюда следует, что фазы ряда и амплитуда находятся в зависимости с параметрами гармонического временного ряда.

Временной ряд, не варьирующий относительно некоторого среднего значения, определяет стационарный временной ряд. Теоретически, стационарный временной ряд представим рядом Фурье:

$$y_t = \bar{y}_t + \sum_{i=1}^{\infty} (a_i \cdot \cos \omega_i \cdot t + b_i \cdot \sin \omega_i \cdot t), \quad (3)$$

где $a_i^2 + b_i^2 = A_i^2$; $\theta_i = \arctg \frac{b_i}{a_i}$.

Авторы данной работы отмечают, что использование рядов Фурье при решении практических задач и при прогнозировании различных явлений нашло широкое применение в науке и технике [4–6]. Рассматриваемые временные ряды часто имеют конечную длину N , следовательно, ряд Фурье (3) можно записать так:

$$y_t = \bar{y}_t + \sum_{i=1}^N (a_i \cdot \cos \omega_i \cdot t + b_i \cdot \sin \omega_i \cdot t), \quad (4)$$

где число слагаемых, определяющее количество гармоник, должно быть равно половине длины временного ряда, т. е. $N/2$.

При $n = N/2$ и $\bar{y}_t = a_0$, тогда равенство (4) принимает следующий вид:

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^n (a_i \cdot \cos \omega_i \cdot t + b_i \cdot \sin \omega_i \cdot t). \quad (5)$$

С помощью метода наименьших квадратов производится оценка параметров уравнения (5), которое для одной гармоники примет вид:

$$\begin{cases} y_t = a_0 + a_1 \cdot \cos \omega_1 \cdot t + b_1 \cdot \sin \omega_1 \cdot t; \\ y_t = a_0 + a_1 \cdot \cos t + b_1 \cdot \sin t, \end{cases}$$

где временная величина соответственно в первом уравнении имеет значения $t = 0, 1, \dots, (N-1)$, во втором – $t = 0, 2\pi/N, \dots, 2\pi(N-1)/N$.

Решением этой системы являются значения неизвестных коэффициентов a_1 и b_1 , определяемые формулами:

$$a_1 = \frac{2 \cdot \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)} y_t \cdot \cos t}{N}, \quad b_1 = \frac{2 \cdot \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)} y_t \cdot \sin t}{N}.$$

Коэффициенты a_2 и b_2 второй гармоники рассчитываются аналогично по формулам:

$$a_2 = \frac{2 \cdot \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)} y_t \cdot \cos 2t}{N}, \quad b_2 = \frac{2 \cdot \sum_{t=0}^{2\pi(N-1)} y_t \cdot \sin 2t}{N}.$$

Зачастую полное описание временного ряда достигается с использованием двух гармоник [7]. Как было отмечено выше, исходными данными для решения задачи прогнозирования технического состояния здания является временной ряд величин y_t вида $y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Nt}$. (6)

По ряду (6) возможно рассчитать соот-

ветствующие значения параметра технического состояния y_t для первой, второй и более старших гармоник. По результатам расчетов строится таблица. Авторы статьи провели анализ процесса изменения исходных данных, представленных в таблице 1, вызванных наличием сезонных периодических колебаний во временном ряду.

Таблица 1

N	y_t	t	y_{t1}	y_{t2}	...	y_{tk}
1	y_{1t}	t_1	y_{1t1}	y_{1t2}	...	y_{1tk}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
N	y_{Nt}	t_N	y_{Nt1}	y_{Nt2}	...	y_{Ntk}

Решение задачи. Исходными данными являются величины временного ряда, характеризующего средние значения одного из параметров технического состояния здания y_t (таблица 2).

Для решения задачи предлагается использовать следующий алгоритм:

1. Из анализа данных, представленных в таблице 2, следует, что для ряда y_t вычислены коэффициенты, с помощью которых строятся ряды с одной y_{t1} , двумя y_{t2} , тремя y_{t3} и четырьмя y_{t4} гармониками. Кроме того, сделан прогноз значений параметра технического состояния y_t на два шага вперед.

2. Определяется, какой из данных рядов наилучший в смысле точности оценки

параметра технического состояния здания y_t . Для этого используются:

отклонения фактических значений параметра S^2 от расчетных

$$S^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_{ti} - y')^2;$$

значение дисперсии σ^2

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_{ti} - \bar{y}_t)^2;$$

значение коэффициента детерминации R^2

$$R^2 = 1 - \frac{S^2}{\sigma^2}.$$

3. Полученные данные заносятся в таблицу 3.

Таблица 2

N	y_1	t	y_{t1}	y_{t2}	y_{t3}	y_{t4}
1	23,02	0	36,99	36,07	35,12	34,57
2	22,89	0,17	35,17	32,61	30,42	28,38
3	23,67	0,34	33,44	29,55	26,71	24,14
4	24,25	0,52	31,85	27,11	24,38	22,47
5	25,08	0,69	30,46	25,42	23,54	23,19
6	30,25	0,87	29,30	24,58	24,05	25,42
7	27,33	1,04	28,41	24,58	25,54	28,00
8	26,55	1,22	27,82	25,34	27,54	29,92
9	29,64	1,39	27,55	26,72	29,56	30,76
10	29,23	1,57	27,60	28,51	31,24	30,70
11	30,54	1,74	27,97	30,52	32,41	30,37
12	32,84	1,92	28,65	32,53	33,07	30,49
13	33,64	2,09	29,62	34,37	33,41	31,50
14	33,76	2,267	30,85	35,89	33,69	33,35
15	34,05	2,44	32,31	37,03	34,18	35,56
16	35,15	2,62	33,95	37,77	35,04	37,50
17	35,78	2,79	35,71	38,19	36,30	38,69
18	45,41	2,97	37,55	38,38	37,85	39,05
19	37,60	3,14	39,41	38,49	39,45	38,91
20	37,25	3,32	41,23	38,68	40,87	38,84
21	40,31	3,49	42,97	39,08	41,92	39,35
22	41,10	3,66	44,55	39,81	42,54	40,63
23	41,87	3,84	45,94	40,91	42,80	42,45
24	44,60	4,01	47,10	42,39	42,93	44,30
25	45,97	4,18	47,99	44,16	43,21	45,66
26	45,11	4,36	48,58	46,10	43,91	46,30
27	45,21	4,53	48,86	48,02	45,18	46,38
28	46,46	4,71	48,81	49,72	46,99	46,45
29	46,94	4,88	48,44	50,99	49,10	47,07
30	57,38	5,06	47,75	51,64	51,10	48,52
31	46,96	5,23	46,78	51,52	52,48	50,57
32	47,01	5,41	45,55	50,58	52,77	52,42
33	49,86	5,58	44,09	48,81	51,65	53,02
34	51,00	5,75	42,46	46,28	49,01	51,47
35	52,21	5,93	40,69	43,17	45,06	47,44
36	55,50	6,11	38,85	39,68	40,22	41,42
Прогнозируемые значения на два шага вперед:						
37		6,28	36,99	36,07	35,12	34,57
38		6,45	35,17	32,61	30,42	28,38

Таблица 3

Номер гармоник	S^2	R^2	σ^2
1	378586,87	0,601	948278,02
2	251945,19	0,734	
3	210122,84	0,778	
4	176894,80	0,813	

4. Из таблицы 3 следует, что наилучшую точность дает исходный временной ряд с четырьмя гармониками. В этом случае величина отклонения фактических значений от расчетных принимает наименьшее значение. Значение коэффициента детерминации при этом принимает наибольшее значение.

Таким образом, поставленная задача прогнозирования технического состояния здания по параметру y_t , решена.

Чаще всего в экономике строительства встречаются временные ряды, имеющие тенденцию. Это значит, что такие ряды не являются стационарными. Тогда чтобы применить ряд Фурье, необходимо привести его к стационарному виду. Для этого находится линейный тренд следующего вида:

$$y'_t = a_0 + a_1 \cdot t,$$

а затем применяется ряд Фурье e_t для остаточных величин

$$e_t = y_t - y'_t.$$

Существует также и другой подход. Для ряда Фурье используются первые разности вида:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1},$$

что равносильно учету линейного тренда. Если временной ряд обладает линейным трендом и периодическими колебаниями, то строится суммарный прогноз, который является совокупностью прогноза по тренду и прогноза по ряду Фурье для остаточных величин [7].

Вывод

Таким образом, одним из возможных вариантов решения задачи прогнозирования технического состояния здания по результатам обследования является вариант прогнозирования с использованием рядов

Фурье для различного количества гармоник. При этом с увеличением количества гармоник прогноз становится наиболее точным.

Библиографический список

1. Малявина Е. Г. Теплопотери здания. Справочное пособие. Москва: «АВОК-ПРЕСС», 2007. – 144 с.

2. Алексеева Т.Н. Напряженно-деформированное состояние многослойных материалов с краевой трещиной нормального разрыва под воздействием внешних температур. Научно-практический журнал Коломенского института (филиала) Университета машиностроения – Коломна, 2013. – № 3. – 212 с.

3. Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализ. Изд. 2-е переработанное и дополненное. Москва: ФМ, 2008. – 532 с.

4. Брыль С. В. Режимы орошения и минерального питания при выращивании моркови // Мелиорация и водное хозяйство. – 2008. – № 3. – С. 40–41.

5. Брыль С. В. Информационная технология планирования поливов сельскохозяйственных культур: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 06.01.02. – М.:ВНИИГиМ им. А. Н. Костякова, 2009. – 26 с.

6. Зверьков М. С. Акустическая диагностика капельной эрозии почв // Природообустройство. –2014. – № 3. – С. 38–42.

7. Белый В. С. К вопросу об исследовании свойств величин. Научная статья. Научно-практический журнал Коломенского института (филиала) Университета машиностроения – Коломна, 2014. – С. 16–19.