

УДК 502/504 : 624.012.45

## РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ БАЛКИ ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ РАБОЧЕЙ АРМАТУРЫ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ НОРМАЛЬНОЙ ТРЕЩИНЫ В РАСТЯНУТОЙ ЗОНЕ БЕТОНА

Поступила 01.08.2016 г.

© **Владимир Сергеевич Уткин, Кристина Алексеевна Карпушова**  
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
 «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Россия

## CALCULATION OF RELIABILITY OF THE STEEL CONCRETE BEAM FOR CRITERION OF DURABILITY OF THE WORKING ARMATURE IN CASE OF FORMATION OF THE NORMAL CRACK IN THE STRETCHED CONCRETE ZONE

Received on August 01, 2016

© **Vladimir Sergeyevich Utkin, Christina Alekseevna Karpushova**  
 Federal state autonomous educational institution of the higher education  
 «Vologda state university», Vologda, Russia

В работе представлен метод расчета надежности (безопасности) железобетонной балки с трещиной в растянутой зоне бетона балки по критерию прочности рабочей арматуры в сечении с раскрытой трещиной. В этом сечении резко возрастает напряжение в рабочей арматуре по сравнению с напряжением в арматуре за пределами трещины и соответственно понижается надежность балки по условию прочности арматуры. Предложено напряжение в арматуре на участке с раскрытой трещиной в бетоне балки выражать через ширину раскрытия трещины, что значительно проще, точнее и результат расчета надежности балки по критерию прочности арматуры на стадии эксплуатации будет отличаться большей достоверностью.

Ключевые слова: балка, трещина в бетоне, арматура, напряжение, ширина трещины, надежность балки, безопасность, стадия эксплуатации.

В соответствии с законом Российской Федерации №384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений» от «30» декабря 2009 строительные конструкции «должны обладать такой прочностью, чтобы в процессе эксплуатации не возникало угрозы причинения вреда жизни и здоровью людей» и «выполнение требований механической безопасности <...> должно быть обосновано расчетами».

Для выполнения этих требований в настоящее время в ряде случаев отсутствуют методы достоверные и практически выполнимые в условиях эксплуатации зданий и сооружений. В связи с этим предлагается рассмотреть метод расчета надежности (безопасности) наиболее распространенного

In work the method of calculation of reliability (safety) of a reinforced concrete beam with a crack in the stretched beam concrete zone by criterion of durability of working fittings in section with the opened crack is presented. In this section sharply increases the voltage in the working armature in comparison with the voltage in the armature outside of cracks and accordingly reduced the reliability of beams according to strength condition of the valve. Tension in fittings on participation with the opened crack in concrete of a beam is offered to express through width of disclosure of a crack, what is much simpler, more precisely and the result of calculation of reliability of a beam on criterion of durability of fittings at a stage of operation will differ in bigger reliability.

Keywords: a beam, a crack in concrete, fittings, tension, crack width, reliability of a beam, safety, an operation stage.

строительного элемента, железобетонной балки, по критерию прочности рабочей арматуры при наличии трещин в растянутой зоне бетона балки.

Надежность железобетонных балок в соответствии с СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции» проверяется по критериям прочности арматуры и бетона, по деформациям, по образованию трещин и по ширине раскрытия трещин. В большинстве железобетонных конструкций на стадии эксплуатации в растянутой зоне бетона возникают трещины [1,2] и надежность их уменьшается, поэтому расчет надежности железобетонных конструкций по ширине раскрытия трещин является актуальной проблемой. В

работе [3] приводится расчет надежности железобетонной балки методом на основе теории свидетельств Демпстера-Шефера по критерию ширины раскрытия трещины. В качестве расчетной математической модели для расчета надежности балки по СП 63.13330.2012 принято условие

$$\tilde{a}_{\text{crc}} \leq a_{\text{crc,ult}}, \quad (1)$$

где  $a_{\text{crc,ult}}$  – предельная ширина раскрытия трещины в бетоне, устанавливаемая нормами СП 63.13330.2012 в зависимости от назначения железобетонной конструкции, вида арматуры, окружающей среды и т. д.

Ширина  $a_{\text{crc}}$  раскрытия трещины может быть измерена различными методами [4]. Для более точного ее измерения рекомендуется перед измерением покрыть поверхность бетона с трещиной ацетоном. После его испарения с поверхности бетона, ацетон остается в трещине и заметно (рельефно) отражает ее на поверхности балки.

Значимость сформулированной проблемы усиливается еще тем, что ширина раскрытия трещины  $a_{\text{crc}}$  может оказаться больше значения  $a_{\text{crc,ult}}$ , т. е. балка не соответствует требованиям норм по ширине раскрытия трещины, следовательно, ее нужно разгружать, усиливать или заменять. Прежде чем принять то или иное решение, в том числе и решение продолжать ее эксплуатацию, хотя бы некоторое время, необходимо выявить уровень безопасности ее эксплуатации (надежности) по прочности рабочей арматуры в сечении с трещиной любой ширины раскрытия. Известно [4], что признаками, косвенно свидетельствующими о разрушении железобетонных конструкций, является ширина раскрытия трещины более 5 мм, а при  $a_{\text{crc}} \geq 2$  мм по [5] – «говорит о наступлении аварийного состояния». Приведенная информация о ширине раскрытия трещины в бетоне во всех случаях указывает на необходимость определения количественной меры (надежности) безопасности в частности железобетонной балки.

В процессе эксплуатации железобетонных балок нередко наблюдается образование и раскрытие одной трещины в растянутой зоне бетона балки, как показано на рисунке 1. Это приводит к повышению напряжения в рабочей арматуре в сечении балки с трещиной [6]. Тем самым снижается надежность балки по условию прочности арматуры. В связи с этим предлагается рассмотреть в данной статье метод расчета

надежности железобетонной балки по одному из критериев надежности балки – по прочности арматуры, используя вместо (1) математическую модель предельного состояния вида

$$\tilde{\sigma}_s \leq \sigma_{\text{пр,s}},$$

где в качестве  $\sigma_{\text{пр,s}}$  принимается предельное напряжение в арматуре, равное условному пределу текучести стали арматуры  $\sigma_{0,2}$  в виде детерминированной величины для данного класса арматуры;  $\tilde{\sigma}_s$  – напряжение в арматуре на участке раскрытия трещины, которая рассматривается случайной величиной (отмечено волнистой линией над  $\sigma$ ).

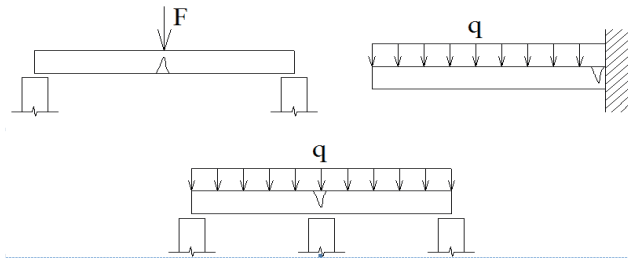


Рис. 1. Примеры балок с раскрытием одиночных трещин

Ширина раскрытия  $a_{\text{crc}}$  трещины в железобетонной балке определяется согласно [6, 7] по формуле

$$a_{\text{crc}} = \frac{\sigma_s}{E_s} \delta, \quad (2)$$

где  $\delta = \eta 20(3,5 - 100\mu\sqrt[3]{d})$ ,  $\eta = 1$  – для арматуры периодического профиля;  $\eta = 1,4$  – для гладкой арматуры;  $\sigma_s$  – напряжение в растянутой арматуре;  $\mu$  – коэффициент армирования.

В [8] предлагается напряжение  $\sigma_s$  принимать в сечении с трещиной для получения более достоверного результата расчетов. Однако определение  $\sigma_s$  на стадии эксплуатации балки в сечении с трещиной представляется практически невозможным. В связи с этим нами предлагается  $\tilde{\sigma}_s$  определять по результатам измерения ширины раскрытия трещины  $\tilde{a}_{\text{crc}}$ , которая в расчетах фигурирует как случайная величина, поэтому требуется многократное ее измерение, и по [4] не менее чем в трех местах по ее длине на уровне арматуры. В этом случае из (2) будем иметь

$$\tilde{\sigma}_s = \tilde{a}_{\text{crc}} E_s \delta, \quad (3)$$

где  $\delta$  – детерминированная величина;  $E_s = 2 \cdot 10^{11}$  Па по СП 63.13330.2012.

Введем обозначение  $\tilde{\sigma}_s = \tilde{a}_{\text{crc}} E_s \delta = X$

и будем рассматривать расчетную модель предельного состояния в виде

$$X \leq \sigma_{0,2}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{0,2}$  – условный предел текучести стали арматуры.

Если удастся по результатам измерения  $a_{\text{срс}}$  выявить функцию распределения  $X$  и ее параметры в вероятностно-статистическом подходе, то определение надежности балки по критерию (4) производят вероятностно-статистическим методом. Так при нормальном (Гауссовском) законе распределения  $\tilde{a}_{\text{срс}}$  или  $X$  по [9] имеем вероятность безотказной работы

$$P = \Phi\left(\frac{\sigma_{0,2} - m_x}{S_x}\right) = \Phi(u),$$

и по значению  $u$ , по таблицам функций распределения Лапласа, находим вероятность безотказной работы балки по критерию (4).

Пример: пусть, условно, по результатам измерений определим для арматуры класса А400  $\sigma_{0,2} = 400$  МПа,  $m_x = a_{\text{срс}} E_s \delta = 350$  МПа, ( $\tilde{a}_{\text{срс}}$  – среднее значение),  $S_x = 25$  МПа.

$$P = \Phi\left(\frac{400 - 350}{25}\right) = \Phi(2) = 0,9772.$$

Однако нередко число измерений  $a_{\text{срс}}$  на ширине балки с явно выраженной трещиной ограничено ( $n < 5$ ) и выявление функции распределения по результатам измерений  $a_{\text{срс}}$  невозможно. В этом случае расчет надежности балки по условию (4) можно провести на основе теории возможностей [10], по которой  $X$  рассматривается в виде нечеткой переменной с функцией распределения возможностей  $\pi_x(x)$ . В качестве  $\pi_x(x)$  часто используется согласно [11, 12] функция вида

$$\pi_x(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - a_x}{b_x}\right)^2\right],$$

где  $a_x = 0,5(X_{\text{max}} + X_{\text{min}})$ ;  $a_x = [0,5(X_{\text{max}} - X_{\text{min}})]/\sqrt{-\ln \alpha}$ ,  $\alpha \in [0, 1]$ , значением  $\alpha$  задаются и вероятность безотказной работы балки по условию (4) представляется в виде интервала вероятностей  $[P, \bar{P}]$ ,  $\bar{P}, P$  – нижнее и верхнее значения вероятностей или  $\bar{P} = R$  – возможность и  $P = N$  – необходимость безотказной работы.

Их значения находят следующим образом. При  $a_x \leq \sigma_{0,2}$  возможность безотказной работы по (4)  $R = 1$ , а возможность отказа  $Q$  определяется по (5)

$$Q = \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{0,2} - a_x}{b_x}\right)^2\right].$$

Необходимость безотказной работы  $N = 1 - Q$ . На рисунке 2 показан в графическом виде предлагаемый метод расчета надежности балки по (4) при  $\sigma_s < \sigma_{\text{пр},s}$  или  $a_x < \sigma_{0,2}$ .

Пример: пусть известны (условно)  $\sigma_{0,2} = 400$  МПа,  $Q_x = 350$  МПа,  $b_x = 30$  МПа. Так как  $Q_x < \sigma_{0,2}$ , то  $R = 1$ .

$$Q = \exp\left[-\left(\frac{400 - 350}{30}\right)^2\right] = 0,056;$$

$N = 0,944$  или  $\bar{P} = 0,944$ ,  $\bar{P} = 1$ . Надежность балки по прочности рабочей арматуры характеризуется интервалом  $[0,944; 1]$ .

В настоящее время нормативные (предельные) значения надежности железобетонных конструкций находятся в стадии разработки.

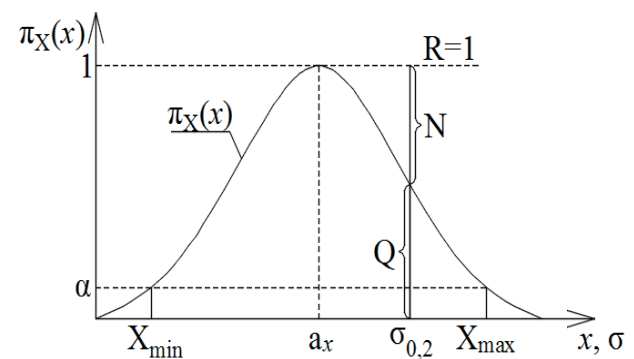


Рис. 2. Функция распределения возможностей:  $\pi_x(x)$ ,  $Q = \pi_x(\sigma_{0,2})$ ,  $N = 1 - Q$

## Выводы

Рассмотрена проблема количественной оценки безопасности эксплуатации железобетонных балок при наличии в них нормальной трещины по критерию прочности рабочей арматуры в сечении с трещиной.

Предложен метод расчета надежности (безопасности) железобетонной балки с нормальной трещиной на стадии эксплуатации.

Рассмотрены два варианта расчета надежности балки по критерию прочности арматуры: вероятностно-статистическим методом, рекомендованным стандартом ГОСТ Р 54257-2010 «Надежность строительных конструкций и оснований» и но-

вым возможностным методом при ограниченной статистической информации о параметре предельного состояния – ширины раскрытия трещины.

Предложенный метод расчета надежности для железобетонной балки с трещиной может быть использован для других видов железобетонных несущих элементов.

#### Библиографический список

1. *Пиратов К. А., Савицкий Н. В.* Механика разрушений и теория железобетона // Бетон и железобетон. – 2014. – №4. – С. 23–25.

2. *Трекин Н. Н., Кодыш Э. Н., Трекин Д. Н.* Расчет по образованию нормальных трещин на основе деформационной модели // Строительные конструкции здания и сооружения. – 2016. – №7. – С. 74–78.

3. *Уткин В. С., Соловьев С. А.* Расчет надежности железобетонной балки на стадии эксплуатации по критерию ширины раскрытия трещины // Инженерный журнал. Справочник. – 2016. – №3. – С. 18–22.

4. *Обследование и испытание зданий и сооружений: Учеб. для вузов / Казачек В. Г., Нечаев Н. В., Нотенко С. Н. [и др.]; под ред. В. И. Римшина.* – М.: Высш. шк., 2007. – 655 с.

5. *Добромыслов А. Н.* Диагностика повреждений зданий и инженерных сооружений. – М.: Строительное пособие. изд. АВС, 2007. – 256 с.

6. *Байков В. Н., Сигалов Э. Е.* Железобетонные конструкции. Общий курс: учеб. для вузов. – М.: Стройиздат, 1991. – 767 с.

7. *Расторгуев Б. С., Вакнус Д. С.* Расчет железобетонных конструкций по предельным состояниям с применением вероятностного метода // Промышленное и гражданское строительство. – 2016. – №7. – С. 11–15.

8. *Карпенко Н. Н., Соколов Б. С., Радайкин О. В.* К оценке прочности, жесткости, момента образования трещин и их раскрытия в зоне чистого изгиба железобетонных балок с применением нелинейной деформационной модели // Известие вузов. Строительство. – 2016. – №3. – С. 5–10.

9. *Ржаницын А. Р.* Теория расчета строительных конструкций по надежности. –

М.: Стройиздат, 1978. – 289 с.

10. *Дюбуа Д., Прад А.* Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике [пер. с фр.]. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

11. *Уткин В. С., Уткин Л. В.* Определение надежности железобетонных элементов при наличии в них силовых трещин, нормальных к продольной оси // Бетон и железобетон. – 1999. – №1. – С. 15–16.

12. *Уткин В. С., Уткин Л. В.* Новые методы расчетов надежности строительных конструкций: Учеб. пособие. – Вологда, ВоГТУ, 2011. – 79 с.

#### Сведения об авторах

**Уткин Владимир Сергеевич**, доктор технических наук, профессор; Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Вологодский государственный университет»; 400062, г. Волгоград, проспект Университетский, 100.

**Карпушова Кристина Алексеевна**, магистрант; Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Вологодский государственный университет»; 400062, г. Волгоград, проспект Университетский, 100; e-mail: karpuschowa.kris@yandex.ru.

#### References

1. *Pirатов К. А., Savickij N. V.* Mehanika razrushenij i teorija zhelezobetona // Beton i zhelezobeton. – 2014. – №4. – S. 23–25.

2. *Trekin N. N., Kodysh Je. N., Trekin D. N.* Raschet po obrazovaniju normal'nyh treshhin na osnove deformatsionnoj modeli // Stroitel'nye konstrukcii zdanija i sooruzhenija. – 2016. – №7. – S. 74–78.

3. *Utkin V. S., Solov'ev S. A.* Raschet nadezhnosti zhelezobetonnoj balki na stadii jekspluatacii po kriteriju shiriny raskrytija treshhiny // Inzhenernyj zhurnal. Spravochnik. – 2016. – №3. – S. 18–22.

4. *Obsledovanie i ispytanie zdaniy i sooruzhenij: Ucheb. dlja vuzov / Kazachek V. G., Nechaev N. V., Notenko S. N. [i dr.]; pod red. V. I. Rimshina.* – M.: Vyssh. shk., 2007. – 655 s.

5. *Dobromyslov A. N.* Diagnostika povrezhdenij zdaniy i inzhenernyh

sooruzhenij. – M.: Stroitel'noe posobie. izd. AVS, 2007. – 256 s.

6. *Bajkov V. N., Sigalov Je. E.* Zhelezobetonnye konstrukcii. Obshhij kurs: ucheb. dlja vuzov. – M.: Strojizdat, 1991. – 767 s.

7. *Rastorguev B. S., Vaknus D. S.* Raschet zhelezobetonnyh konstrukcij po predel'nym sostojanijam s primeneniem verojatnostnogo metoda // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. – 2016. – №7. – S. 11–15.

8. *Karpenko N. N., Sokolov B. S., Radajkin O. V.* K ocenke prochnosti, zhestkosti, momenta obrazovanija treshhin i ih raskrytija v zone chistogo izgiba zhelezobetonnyh balok s primeneniem nelinejnoj deformacionnoj modeli // Izvestie vuzov. Stroitel'stvo. – 2016. – №3. – S. 5–10.

9. *Rzhanicyn A. R.* Teorija rascheta stroitel'nyh konstrukcij po nadezhnosti. – M.: Strojizdat, 1978. – 289 s.

10. *Djubua D., Prad A.* Teorija vozmozhnostej. Prilozhenija k predstavleniju znanij v informatike [per. s fr.]. – M.: Radio i svjaz', 1990. – 288 s.

11. *Utkin V. S., Utkin L. V.* Opredelenie nadezhnosti zhelezobetonnyh jelementov pri nalichii v nih silovyh treshhin, normal'nyh k prodol'noj osi // Beton i zhelezobeton. – 1999. – №1. – S. 15–16.

12. *Utkin V. S., Utkin L. V.* Novye metody raschetov nadezhnosti stroitel'nyh konstrukcij: Ucheb. posobie. – Vologda,

VoGTU, 2011. – 79 s.

#### *Information about the authors*

**Utkin Vladimir Sergejevich**, doctor of technical sciences, professor; Federal state autonomous educational institution of the higher education «Vologda state university»; 100 University Prospect, Volgograd, Russia, 4000062.

**Karpushova Christina Alekseevna**, undergraduate student; Federal state autonomous educational institution of the higher education «Vologda state university»; 100 University Prospect, Volgograd, Russia, 4000062; e-mail: karpuschowa.kris@yandex.ru.

*Для цитирования: Уткин В. С., Карпушова К. А.* Расчет надежности железобетонной балки по критерию прочности рабочей арматуры при образовании нормальной трещины в растянутой зоне бетона // Экология и строительство. – 2016. – № 2. – С. 4–8.

*For citations: Utkin V. S., Karpushova K. A.* Calculation of reliability of the steel concrete beam for criterion of durability of the working armature in case of formation of the normal crack in the stretched concrete zone // Ekologiya & Stroitelstvo. – 2016. – № 2. – С. 4–8.