УДК 502/504 : 624.046

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК ПО КРИТЕРИЮ ПРОЧНОСТИ БЕТОНА В СЕЧЕНИИ С НОРМАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Поступила 09.12.2016 г.

© ***Владимир Сергеевич Уткин, Кристина Алексеевна Карпушова***
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Вологодский государственный университет», г. Вологда, Россия

CALCULATION OF RELIABILITY OF REINFORCED CONCRETE BEAMS BY CRITERION OF DURABILITY OF CONCRETE IN SECTION WITH THE NORMAL CRACK

Received on December 09, 2016

© ***Vladimir Sergeyevich Utkin, Christina Alekseevna Karpushova***
Federal state autonomous educational institution of the higher education «Vologda state university», Vologda, Russia

В работе рассмотрен новый метод расчета надежности железобетонных балок по критерию прочности бетона в сжатой зоне балки в сечении расположения трещины в растянутой зоне бетона. Новизна заключается в том, что напряжение в бетоне балки фактически определяется по результатам измерения ширины раскрытия трещины на уровне центра рабочей арматуры. Кроме этого в математической модели предельного состояния по прочности бетона используются другие контролируемые параметры, определяемые измерениями (высота сжатой зоны балки, прочность бетона балки). К новизне относится использование подхода для расчетов надежности балки на основе теории возможностей и теории нечетких множеств в связи с ограниченным объемом информации о случайных величинах. Работа представляет интерес для специалистов, обеспечивающих безопасность эксплуатации несущих железобетонных балок при наличии в них нормальной к продольной оси балки раскрытой трещины в растянутой зоне бетона. Для практического использования приведен пример расчета надежности.

Ключевые слова: железобетонная балка, нормальная трещина, безопасность эксплуатации, расчет надежности, напряжение бетона, прочность бетона, ширина трещины, напряжение в арматуре.

In work the new method of calculation of reliability of reinforced concrete beams by criterion of durability of concrete in the compressed beam zone in crack arrangement section in the stretched concrete zone is considered. Novelty is that tension in beam concrete actually is determined by results of measurement of width of disclosure of a crack at the level of the center of working fittings. Besides in mathematical model of a limit state on durability of concrete other controlled parameters determined by measurements (height of the compressed beam zone, beam concrete durability) are used. Use of approach for calculations of reliability of a beam on the basis of the theory of opportunities and the theory of indistinct sets in connection with the limited volume of information on random variables belongs to novelty. Work is of interest to the experts ensuring safety of operation of the bearing reinforced concrete beams in the presence in them a beam, normal to a longitudinal axis, of the opened crack in the stretched concrete zone. For practical use the example of calculation of reliability is given.

Keywords: a reinforced concrete beam, a normal crack, safety of operation, reliability calculation, concrete tension, concrete durability, crack width, tension in fittings.

Введение. С 1 июля 2010 г. вступил в силу закон РФ №384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», которым предписываются «минимально необходимые требования к зданиям и сооружениям». На основе этого закона в РФ были разработаны стандарты в виде ГОСТ Р 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований», ГОСТ Р 31937-2011 «Здания и сооружения» и др., также направленные на обеспечение безопасности строительных конструкций на стадиях проектирования и эксплуатации.

Одной из главных проблем в обеспечении безопасности эксплуатации зданий и сооружений является профилактика несущих элементов по всем критериям их работоспособности, своевременная оценка уровня безопасности, надежности и риска эксплуатации конструкций. В этом свете рассмотрим метод расчета надежности железобетонной балки при наличии в ней одной трещины нормальной к продольной оси балки. В качестве примеров на рисунке 1 показаны схемы балок с различными видами нагрузок и воздействий и трещинами в растянутой зоне бетона балки.

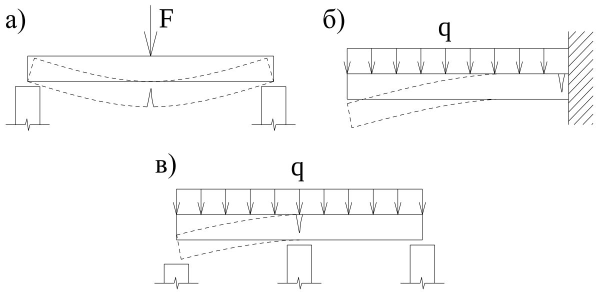

Рис. 1. **Примеры балок с раскрытием нормальной трещины**

Материалы и методы исследований. В сечении балки с трещиной резко возрастают напряжения в рабочей арматуре σ_S в растянутой зоне бетона и напряжения в бетоне σ_b в сжатой зоне балки. Это приводит к снижению надежности (безопасности эксплуатации) балки. Для оценки состояния балки по безопасности ее эксплуатации необходима количественная мера этой безопасности. Одной из количественных мер безопасности эксплуатации служит надежность балки по прочности рабочей арматуры в трещине растянутой зоны и по прочности бетона при сжатии в этом же сечении балки. Метод расчета надежности балки по критерию прочности рабочей арматуры был разработан авторами и опубликован в [1]. Математическая модель предельного состояния по прочности арматуры имеет вид $\tilde{\sigma}_s \le \tilde{\sigma}_{s,\text{пр}}$. Математическая модель предельного состояния по прочности бетона:

$$\tilde{\sigma}_b \le \tilde{\sigma}_{b,\text{пр}}, \tag{1}$$

Предлагается рассмотреть метод расчета надежности железобетонной балки по критерию прочности бетона балки в сжатой зоне сечения балки с трещиной. Для этого предварительно определяется значение напряжения σ_S в рабочей арматуре по результатам измерения ширины раскрытия трещины a_{crc} на уровне ее центра по рекомендованной в [2–4] формуле: $a_{crc} = 20(3{,}5 - 100\mu)\delta\eta\varphi_1(\sigma_s / E_s)\sqrt[3]{d}$. Из данной формулы в [1] предложено находить значение напряжения в арматуре σ_S в сечении, совпадающим с трещиной, на стадии эксплуатации по результатам измерения a_{crc} и E_s, по формуле:

$$\sigma_s = \frac{a_{crc} \cdot E_s}{20(3{,}5 - 100\mu)\delta\eta\varphi_1\sqrt[3]{d}}, \tag{2}$$

При расчетах надежности балок с нормальной трещиной в растянутой зоне бетона можно выделить два вида балок. Водном из них можно точно определить значение изгибающего момента, например в балках по рисункам 1а, б, имеем значения изгибающих моментов: $M = Fl/4$ – для рисунка 1а, $M = ql^2/2$ – для рисунка 1б. В других балках значение изгибающего момента в сечении с трещиной выявить затруднительно. Например, по рисунку 1в. Рассмотрим расчет надежности балки по критерию прочности бетона по схемам применительно к рисункам 1а, б. На рисунке 2 приведены фрагменты исходных данных, а также эпюры деформаций и эпюры напряжения в сжатой зоне бетона с учетом гипотезы плоских сечений балки по рисунку 1б. По [2, 4] заменяем криволинейную эпюру σ_b прямоугольной с равнодействующей $\sigma_b A_b$, где $A_b = bx$. Для уточнения значения x в эпюре σ_b используем равенство $M = \sigma_b bx(h_0 - x/2)$ при известном значении M и $\sigma_b = \bar{\sigma}_s A_s / bx$, Откуда найдем $x = 2(h_0 - M/\bar{\sigma}_s A_s)$, т.е. поправку, которую вносим в x по эпюре ε_b и будем учитывать в дальнейшем.

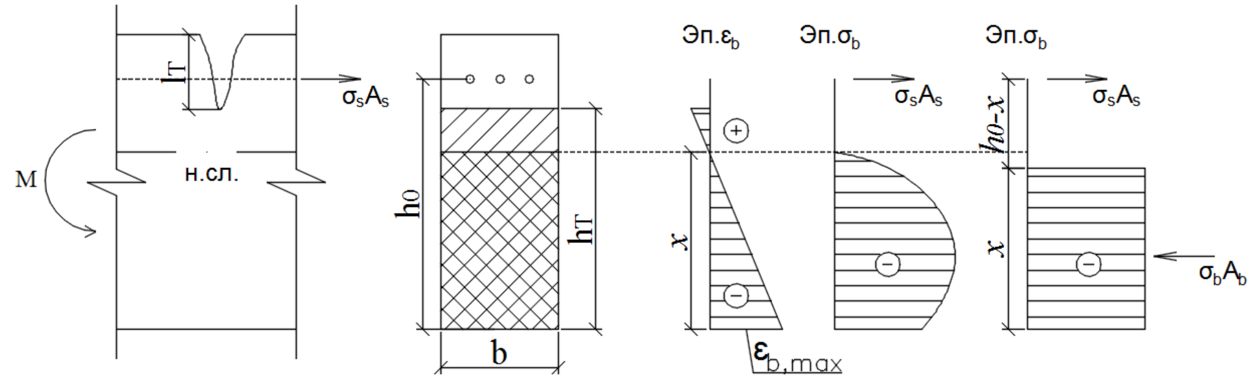

Рис. 2. **Фрагмент балки с трещиной, поперечное сечение, эпюра деформации ε_b бетона, действительная эпюра напряжения σ_b, условная (теоретическая) эпюра σ_b в предельном состоянии**

Результаты и обсуждение. Рассмотрим балку во второй стадии напряженно-деформированного состояния, как наиболее опасного состояния на стадии эксплуатации, по не достижении стадии разрушения, когда эксплуатация балки должна быть прекращена. Во второй стадии при ограниченной ширине a_{crc} трещины не опасны [2], но требуется проверка степени этой безопасности, как выше отмечено, по моделям $\tilde\sigma_s \le \tilde\sigma_{s,пр}$ и $\tilde\sigma_b \le \tilde\sigma_{b,пр}$. В предлагаемой работе будут известны значения $\tilde\sigma_s$ и A_s по [1] и по результатам измерений значения x.

С учетом (1) и (2), а также рисунка 2 (эпюра σ_b) имеем $\sigma_s A_s = \sigma_b A_b$ или $\frac{a_{crc} E_s A_s}{20(3,5-100\mu)\delta\eta\varphi_1\sqrt[3]{d}} = \sigma_b A_b$. Отсюда с учетом (2) и $A_b = bx$ получим расчетную математическую модель предельного состояния балки по прочности бетона при изменчивости контролируемых параметров (обозначенных волнистой линией):

$$\tilde\sigma_b = \frac{\tilde a_{crc} E_s A_s}{20(3,5-100\mu)\delta\eta\varphi_1\sqrt[3]{d}\,b\tilde x} \le \tilde\sigma_{b,пр}, \qquad (3)$$

Значения параметров (детерминированных величин) рассмотрены в [1]. Обозначим $\frac{20(3,5-100\mu)\delta\eta\varphi_1\sqrt[3]{d}\,b}{E_s A_s} = K$. Значение a_{crc} находим измерениями ширины раскрытия трещины микроскопом на уровне центра рабочей арматуры, x измеряем по эпюре ε_b, построенной по результатам измерения ε_b в двух точках по высоте балки с двух сторон при частичной разгрузке балки, например гидравлическим домкратом и последующей нагрузке балки, удаляя давление от домкрата. $\sigma_{b,пр}$ определяют неразрушающим методом [5] или методом скалывания [6]. Следовательно $\tilde\sigma_{b,пр}$ – случайная величина.

Так как информация о случайных величинах a_{crc}, x, $\sigma_{b,пр}$ ограничена и применение вероятностно-статистических методов некорректно, поэтому используем возможностный метод расчета надежности балки [7–9] и для согласованности в обозначениях с [7–9] введем обозначения $\tilde a_{crc} = X$, $\tilde x = Y$, $\tilde\sigma_{b,пр} = Z$, которые называются нечеткими переменными. Представим (3) в виде:

$$\frac{X}{YZ} \le K, \qquad (4)$$

Расчет надежности балки по критерию (1) с помощью (4) проводится с использованием принципа обобщения Л. Заде из теории нечетких множеств [10]. Все нечеткие переменные X, Y, Z будем описывать функциями распределения возможностей, например для X вида:

$$\pi_X(x) = \exp\left[-\left(\frac{x-a_x}{b_x}\right)^2\right], \qquad (5)$$

где $a_x = 0,5(X_{max} + X_{min})$; $b_x = 0,5(X_{max} - X_{min})/\sqrt{-\ln\alpha}$; α – уровень среза, значением α задаются $\alpha \in [0,1]$; X_{max}, X_{min} – значения нечеткой переменной X в результатах его измерения.

Обратная функция от (5) будет $x = a_x \pm b_x\sqrt{-\ln\alpha}$. Такими же функциями будем описывать Y и Z с тем же значением α.

Сформируем из (4) нечеткую переменную:

$$T = \frac{X}{YZ} \le K \,, \qquad (6)$$

Обратная функция для t от $\pi_T(t)$, выражается через обратные функции X, Y, Z

$$\left.\begin{aligned} t_{\text{лев}} &= \frac{(a_x - b_x\beta)}{\left(a_y + b_y\beta\right)\cdot\left(a_z + b_z\beta\right)} \\ t_{\text{пр}} &= \frac{(a_x + b_x\beta)}{\left(a_y - b_y\beta\right)\cdot\left(a_z - b_z\beta\right)} \end{aligned}\right\}, \qquad (7)$$

где $\beta = \sqrt{-\ln\alpha}$.

С учетом условия (6) используем $t_{\text{пр}}$ и приравняем его к значению K для получения наибольшей расчетной обеспеченности надежности балки.

По (7) при $t_{\text{пр}} = K$ найдем $\beta_{\min}$ по абсолютному значению. Если окажется по (6), что $a_t = a_x / a_y a_z \le K$, то возможность безотказной работы балки R по условию (3) равна 1, т.е. $R = 1$. Возможность отказа Q по [11] найдем по формуле $Q = e^{-\beta^2_{\min}}$. Необходимость безотказной работы $N = 1 - Q$. Надежность балки по условию (3) характеризуется интервалом $\left[N;R\right]$.

Покажем на примере алгоритм расчета надежности балки по условию (1).

Пример: пусть, условно, известны $h_0 = 0{,}8$м ; $\tilde{a}_{\text{crc}} = X = \{0{,}30; 0{,}35; 0{,}40\}$мм ; $\tilde{x} = Y = \{0{,}50; 0{,}55; 0{,}60\}$ м ;

$\tilde{\sigma}_{\text{b,пр}} = Z = \{18; 20; 22\}$ МПа ; $\alpha = 0{,}05$;

$K = 50 \cdot 10^{-12}$ Па$^{-1}$

$$a_x = 0{,}5 \cdot (0{,}40 - 0{,}30) \cdot 10^{-3} = 0{,}35 \cdot 10^{-3}\text{м};$$

$$b_x = 0{,}5 \cdot (0{,}40 - 0{,}30) \cdot 10^{-3} / \sqrt{-\ln 0{,}05} = 0{,}029 \cdot 10^{-3}\text{м}$$

; аналогично находим $a_y = 0{,}55$м ; $b_y = 0{,}029$м ; $a_z = 20 \cdot 10^6$ Па ; $b_z = 1{,}16 \cdot 10^6$ Па .

$$\frac{0{,}35 \cdot 10^{-3}}{0{,}55 \cdot 20 \cdot 10^6} = 32 \cdot 10^{-12}\,\text{Па}^{-1} \le K = 50 \cdot 10^{-12}\,\text{Па}^{-1}$$

Т.к. $a_t < K$ то используем $t_{\text{пр}}$

$$t_{\text{пр}} = \frac{(0{,}35 \cdot 10^{-3} + 0{,}029 \cdot 10^{-3}\beta)}{\left(0{,}55 - 0{,}029\beta\right)\cdot\left(20 \cdot 10^6 - 1{,}16 \cdot 10^6\beta\right)} = 50 \cdot 10^{-12}$$

$\beta_{\min} = 2{,}326$

$$Q = e^{-2{,}326^2} = 0{,}0047$$

$$N = 1 - Q = 1 - 0{,}0047 = 0{,}9953$$

Надежность характеризуется интервалом: $[0{,}9953;1]$

Выводы

Рассмотрен новый метод расчета надежности железобетонной балки по критерию прочности бетона в сечении с трещиной на стадии эксплуатации с различным объемом статистической информации о контролируемых параметрах в расчетных математических моделях предельного состояния.

Предложенный метод может быть использован для расчета надежности других несущих железобетонных элементов при других законах распределения параметров и расчетных математических моделях предельных состояний.

Алгоритм расчета надежности балки по критерию прочности бетона в сечении с трещиной приведен на примере.

Результаты расчетов надежности железобетонной балки по критерию прочности бетона в сечении с трещиной позволяет более объективно оценить работоспособность и безопасность балки и принять оптимальное решение по мероприятиям в виде только защиты арматуры от коррозии, усиления или замены балки.

Библиографический список

1. *Уткин В. С., Карпушова К. А.* Расчет надежности железобетонной балки по критерию прочности рабочей арматуры при образовании нормальной трещины в растянутой зоне бетона // Экология и строительство. – 2016. – № 2. – С. 4–8.

2. *Байков В. Н., Сигалов Э. Е.* Железобетонные конструкции / Общий курс: учеб. для вузов – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Стройиздат, 1991. – 767 с.

3. *Попов Н. Н., Забегаев А. В.* Проектирование и расчет железобетонных и каменных конструкций: Учеб. для строит. спец. Вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк.,1989. – 400 с.

4. *Голышев А. Б., Бачинский В. Я., Полищук В. П., Харченко А. В., Руденко И. В.* Проектирование железобетонных конструкций / Справочное пособие – 2-е изд., перераб. и доп. К.: Будивэльнык, 1990. – 544 с.

5. *Землянский А. А.* Обследование и испытание зданий и сооружений: Учебное пособие. – М.: Изд. АСВ, 2001, 2002. – 240 с.

6. *Лужин О. В., Злочевский А. Б., Горбунов И. А., Волохов В. А.* Обследование и испытание сооружений: Учебное пособие. – М.: Стройиздат, 1987. – 269 с.

7. *Дюбуа Д., Прад А.* Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике / Пер. с фр. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.

8. *Уткин В. С., Уткин Л. В.* Определение надежности железобетонных элементов при наличии в них силовых трещин, нормальных к продольной оси // Бетон и железобетон. 1999. №1. с. 15–16.

9. *Уткин В. С., Уткин Л. В.* Новые методы расчетов надежности строительных конструкций / Учеб. пособие. Вологда, ВоГТУ, 2011. – 79 с.

10. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets / Information and Control. Vol. 8, 1965. Pp. 338–353.

11. *Уткин В. С., Уткин Л. В.* Расчет механических систем при ограниченной статистической информации: монография / Вологда: ВоГТУ, 2008. – 188 с.

Сведения об авторах

Уткин Владимир Сергеевич, доктор технических наук, профессор; Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Вологодский государственный университет»; 400062, г. Волгоград, проспект Университетский, 100.

Карпушова Кристина Алексеевна, магистрант; Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Вологодский государственный университет»; 400062, г. Волгоград, проспект Университетский, 100; e-mail: karpuschowa.kris@yandex.ru.

References

1. *Utkin V. S., Karpushova K. A.* Calculation of reliability of the steel concrete beam for criterion of durability of the working armature in case of formation of the normal crack in the stretched concrete zone // Ekologiya & Stroitelstvo. – 2016. – № 2. – С. 4–8.

2. *Bajkov V. N., Sigalov Je. E.* Zhelezobetonnye konstrukcii / Obshhij kurs: ucheb. dlja vuzov – 5-e izd., pererab. i dop. – M.: Strojizdat, 1991. – 767 s.

3. *Popov N. N., Zabegaev A. V.* Proektirovanie i raschet zhelezobetonnyh i kamennyh konstrukcij: Ucheb. dlja stroit. spec. Vuzov. – 2-e izd., pererab. i dop. – M.: Vyssh. shk.,1989. – 400 s.

4. *Golyshev A. B., Bachinskij V. Ja., Polishhuk V. P., Harchenko A. V., Rudenko I. V.* Proektirovanie zhelezobetonnyh konstrukcij / Spravochnoe posobie – 2-e izd., pererab. i dop. K.: Budivjel'nyk, 1990. – 544 s.

5. *Zemljanskij A. A.* Obsledovanie i ispytanie zdanij i sooruzhenij: Uchebnoe posobie. – M.: Izd. ASV, 2001, 2002. – 240 s.

6. *Luzhin O. V., Zlochevskij A. B., Gorbunov I. A., Volohov V. A.* Obsledovanie i ispytanie sooruzhenij: Uchebnoe posobie. – M.: Strojizdat, 1987. – 269 s.

7. *Djubua D., Prad A.* Teorija vozmozhnostej. Prilozhenija k predstavleniju znanij v informatike / Per. s fr. – M.: Radio i svjaz', 1990. – 288 s.

8. *Utkin V. S., Utkin L. V.* Opredelenie nadezhnosti zhelezobetonnyh jelementov pri nalichii v nih silovyh treshhin, normal'nyh k prodol'noj osi // Beton i zhelezobeton. 1999. №1. s. 15–16.

9. *Utkin V. S., Utkin L. V.* Novye metody raschetov nadezhnosti stroitel'nyh konstrukcij / Ucheb. posobie. Vologda, VoGTU, 2011. – 79 s.

10. *Zadeh L. A.* Fuzzy sets / Information and Control. Vol. 8, 1965. Pp. 338–353.

11. *Utkin V. S., Utkin L. V.* Raschet mehanicheskih sistem pri ogranichennoj statisticheskoj informacii: monografija / Vologda: VoGTU, 2008. – 188 s.

Information about the authors

Utkin Vladimir Sergeyevich, doctor of technical sciences, professor; Federal state autonomous educational institution of the higher education «Vologda state university»; 100 University Prospect, Volgograd, Russia, 4000062.

Karpushova Christina Alekseevna, undergraduate student; Federal state autonomous educational institution of the higher education «Vologda state university»; 100 University Prospect, Volgograd, Russia, 4000062; e-mail: karpuschowa.kris@yandex.ru.

Для цитирования: *Уткин В. С., Карпушова К. А.* Расчет надежности железобетонных балок по критерию прочности бетона в сечении с нормальной трещиной // Экология и строительство. – 2016. – № 4. – С. 4–8.

For citations: *Utkin V. S., Karpushova K. A.* Calculation of reliability of reinforced concrete beams by criterion of durability of concrete in section with the normal crack // Ekologiya & Stroitelstvo. – 2016. – № 4. – P. 4–8.